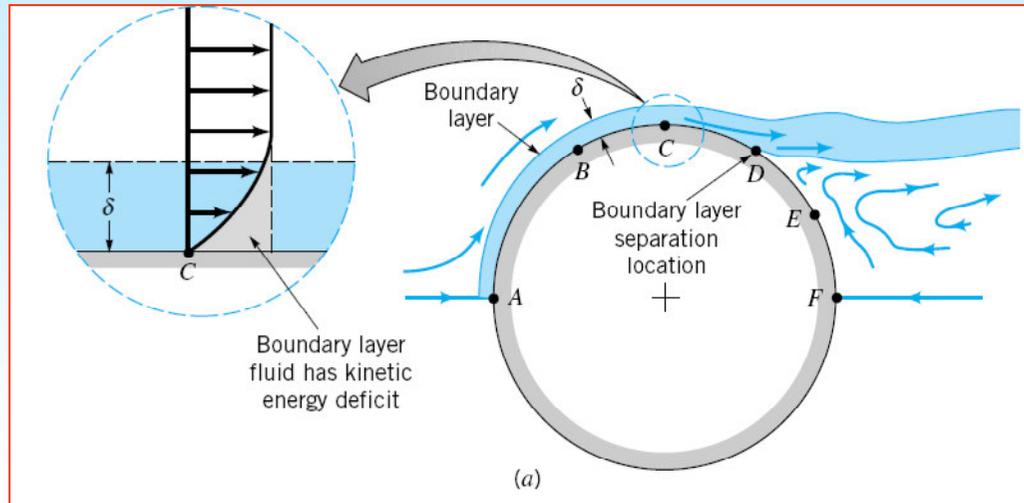


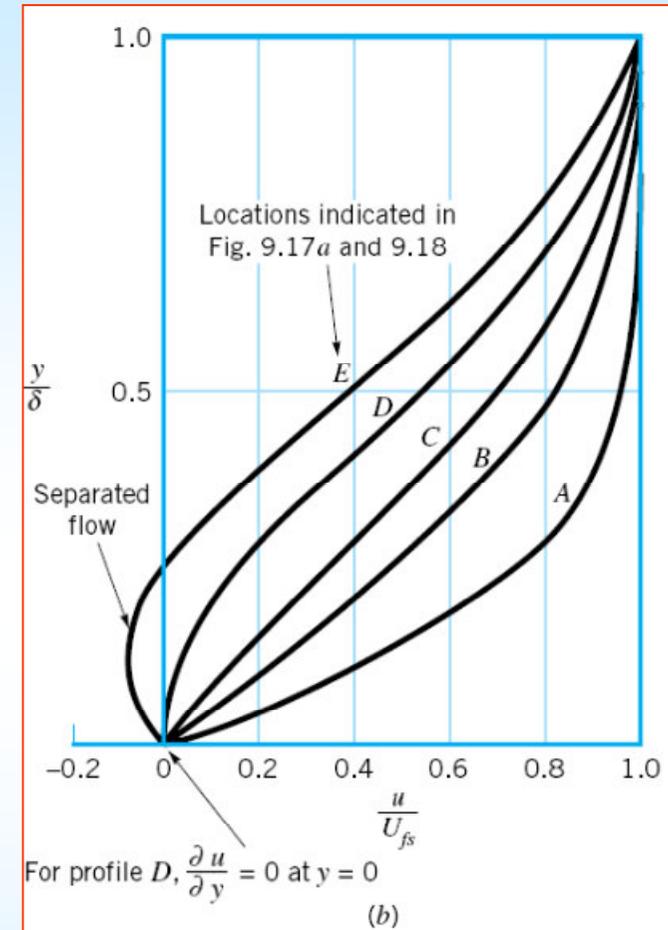
# RESISTENZA E PORTANZA

# DISTACCO DELLO STRATO LIMITE



**Al di fuori dello strato limite:** nelle zone in cui la pressione aumenta (*gradiente di pressione avverso*), il fluido recupera energia a spese della velocità, in un processo reversibile.

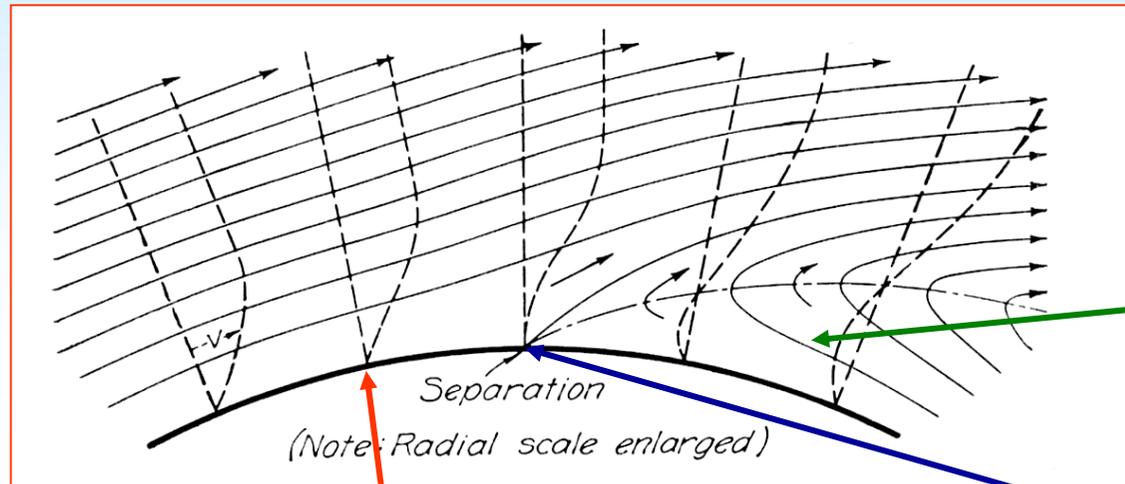
**Nello strato limite** c'è un deficit di energia cinetica legato alla dissipazione viscosa, quindi il recupero completo non può avvenire: il fluido rallenta fino a fermarsi, lo strato limite si rompe e si stacca e si forma la scia.



# DISTACCO DELLO STRATO LIMITE

L'equazione dello strato limite per  $y = 0$ , essendo  $u = v = 0$  alla superficie, diviene

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = \mu \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2}$$



A valle del punto di distacco, si forma una zona di ricircolo (reverse flow)

Pertanto, dove il gradiente di pressione cambia segno, si ha un punto di inflessione del profilo di velocità e il gradiente di velocità alla parete torna ad aumentare

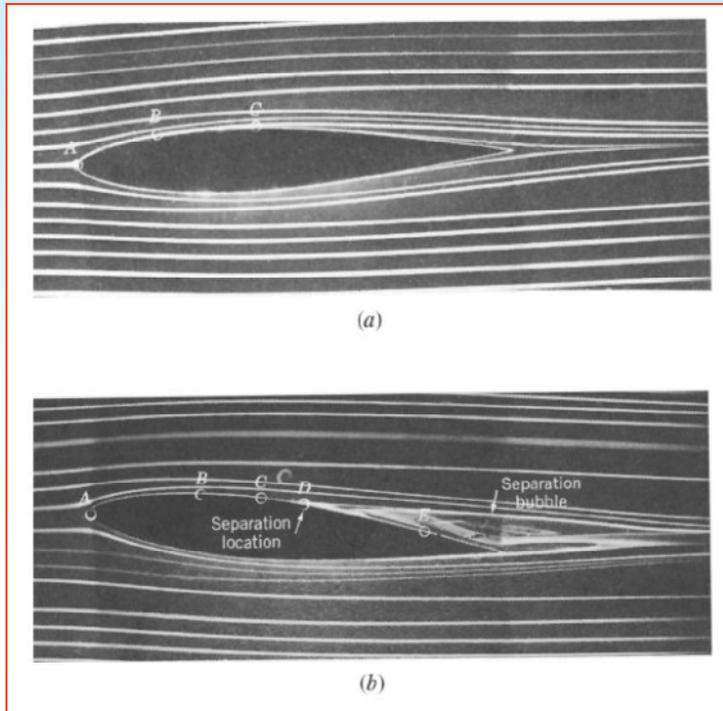
Il *distacco* dello strato limite ha luogo quando

$$\left. \frac{\partial v_x}{\partial y} \right|_{y=0} = 0$$

Per quanto detto sopra il distacco avviene *necessariamente* dove **il gradiente di pressione è avverso**, ovvero

$$\frac{\partial p}{\partial x} > 0$$

# LA RESISTENZA DI FORMA (1)

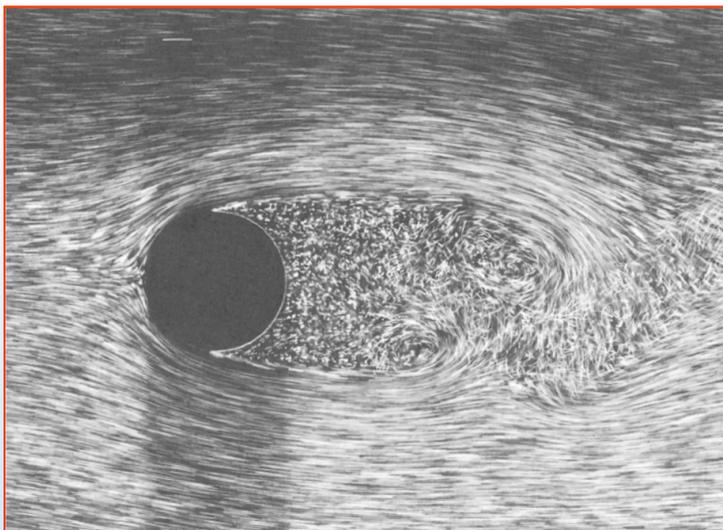


La scia causa una distribuzione asimmetrica di pressione tra prua e poppa e quindi una forza di drag dovuta alla forma che è molto difficile da modellare. Si assume

$$F_D = C_D \frac{1}{2} \rho U^2 A$$

$$C_D = f(Re, \varepsilon, M, \text{geom}, Fr)$$

$A$  è un'area di riferimento (v. slide successiva)  
Per moti subsonici, flusso incomprimibile e corpi totalmente immersi la dipendenza da Mach ( $M$ ) e Froude è trascurabile, per cui  $C_D$  dipende da numero di Reynolds, geometria del corpo e rugosità  $\varepsilon$ .



La resistenza di forma si aggiunge a quella delle forze di taglio (skin drag) ma nei corpi tozzi predomina largamente su quest'ultima.

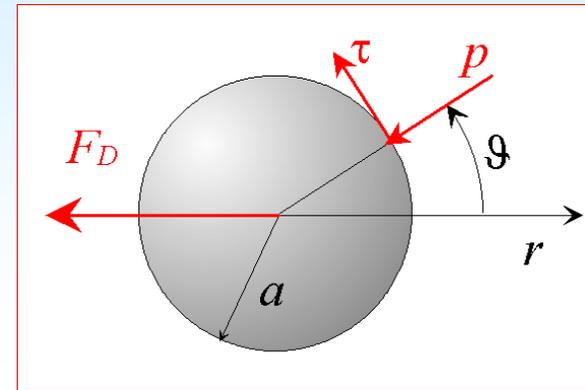
# CALCOLO DELLE AZIONI FLUIDODINAMICHE

IL calcolo delle forze esercitate su un corpo tozzo può essere portato a termine una volta che si conoscono la pressione e la tensione di taglio sulla parete; per corpo assialsimmetrico:

$$\parallel U : F_D = \iint_A (p \cos \vartheta + \tau_w \sin \vartheta) dA$$

form drag + skin drag

$$\perp U : F_L = \iint_A (p \sin \vartheta + \tau_w \cos \vartheta) dA$$

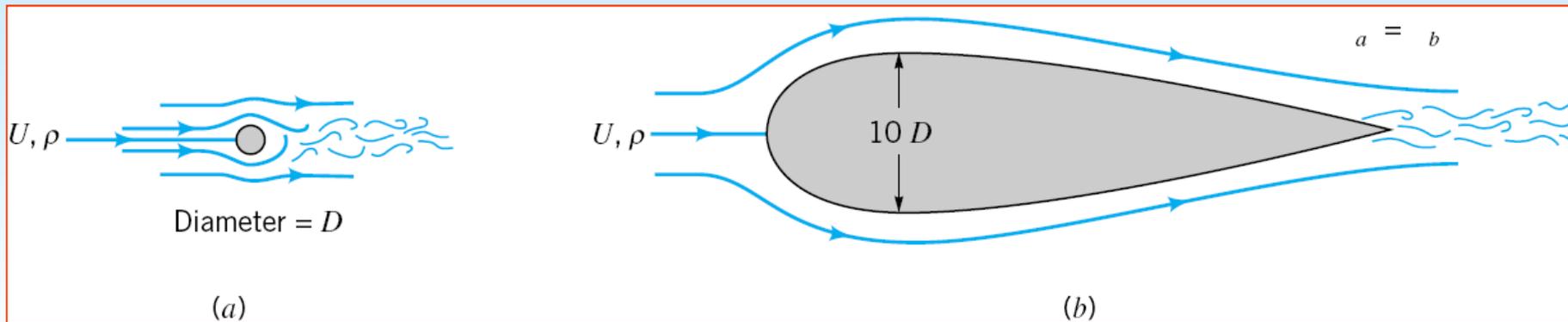


Tale calcolo è (in molti casi) possibile in caso di creeping flow o di strato limite laminare e turbolento, ma non in caso di flusso separato (scia); in tal caso si ricorre a prove sperimentali per determinare i coefficienti  $C_D$ ,  $C_L$

$$C_D = \frac{F_D}{\frac{\rho U^2}{2} A_{ref}} \quad ; \quad C_L = \frac{F_L}{\frac{\rho U^2}{2} A_{ref}}$$

E' anche possibile **determinare il coefficiente di scambio convettivo** nella forma  $Nu = f(Re, Pr)$ : queste correlazioni hanno una larga base semiempirica e non sono riportate qui, ma si trovano su tutti i testi di trasmissione del calore, ad es. nel caso di tubi in "crossflow" (di grande interesse negli scambiatori).

## LA RESISTENZA DI FORMA (2)

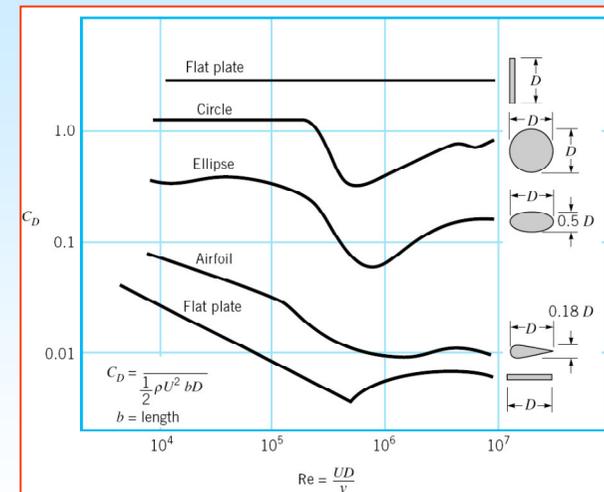
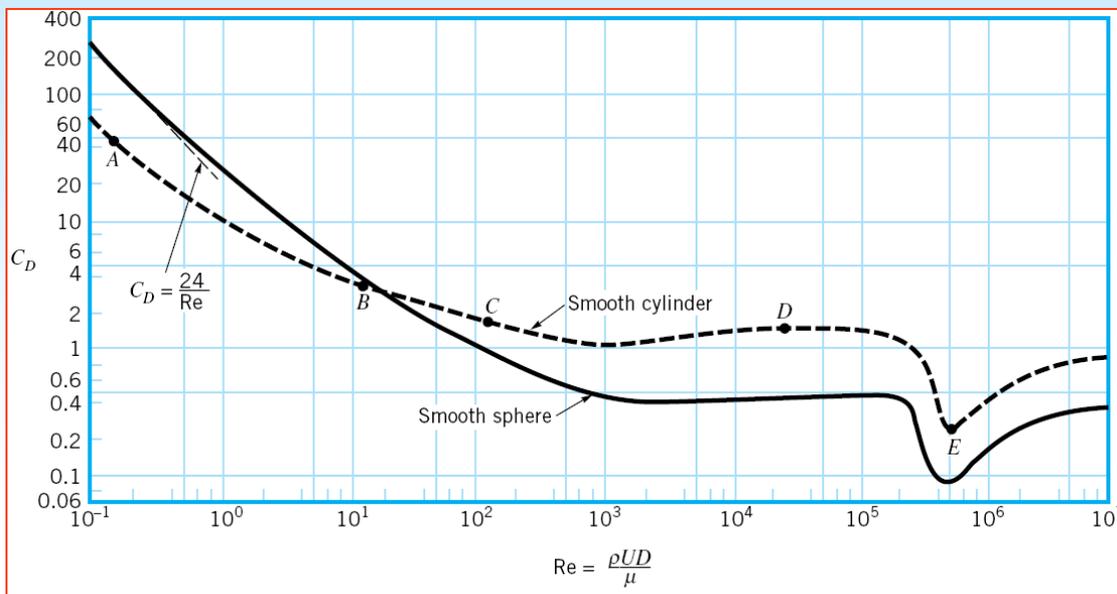


Nei corpi tozzi l'area di riferimento,  $A$  è quella proiettata in direzione perpendicolare al moto (frontal area).

Notare che i due corpi sopra hanno lo stesso valore di  $C_D \cdot A$  e quindi la stessa resistenza di forma.

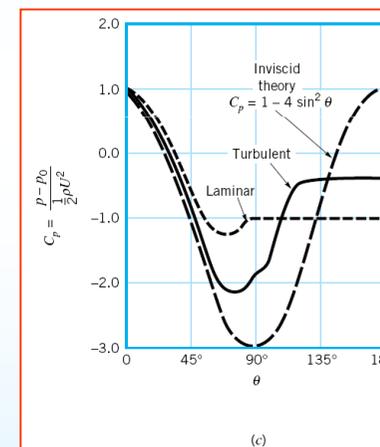
Nei corpi affusolati si fa invece riferimento alla "planform area" (lunghezza per larghezza)

# LA RESISTENZA DI FORMA (3)



Per i corpi lisci  $C_D$  ha il seguente andamento:

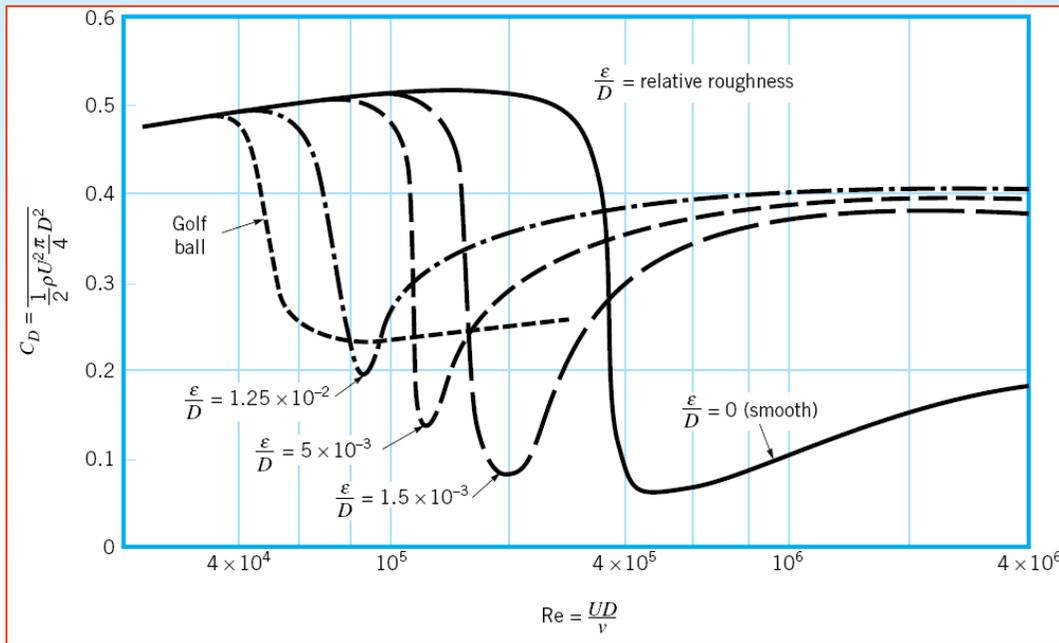
- basso  $Re$ ,  $C_D = C / Re$
- $Re$  intermedi  $C_D = C / Re^n$ ,  $n < 1$
- alto  $Re$   $C_D = cost$



Pressione su un cilindro

Per  $Re$  ancora maggiori,  $C_D$  decresce all'aumentare di  $Re$ : questo è dovuto alla *transizione turbolenta* dello strato limite, che lo rende più aderente al corpo. Infatti uno strato limite turbolento "drena" maggiore energia dal flusso imperturbato, ed quindi ha maggiori possibilità di recuperare pressione. Per questa ragione le palle da golf sono scabre, e negli autoveicoli si aggiungono gli *spoiler*.

# LA RESISTENZA DI FORMA (4)

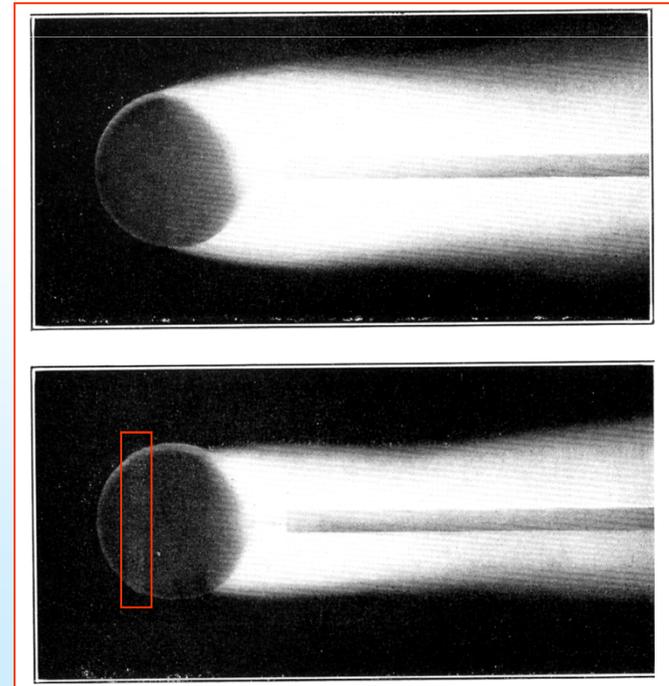


Valori di  $C_D$  per una sfera, al variare della rugosità.

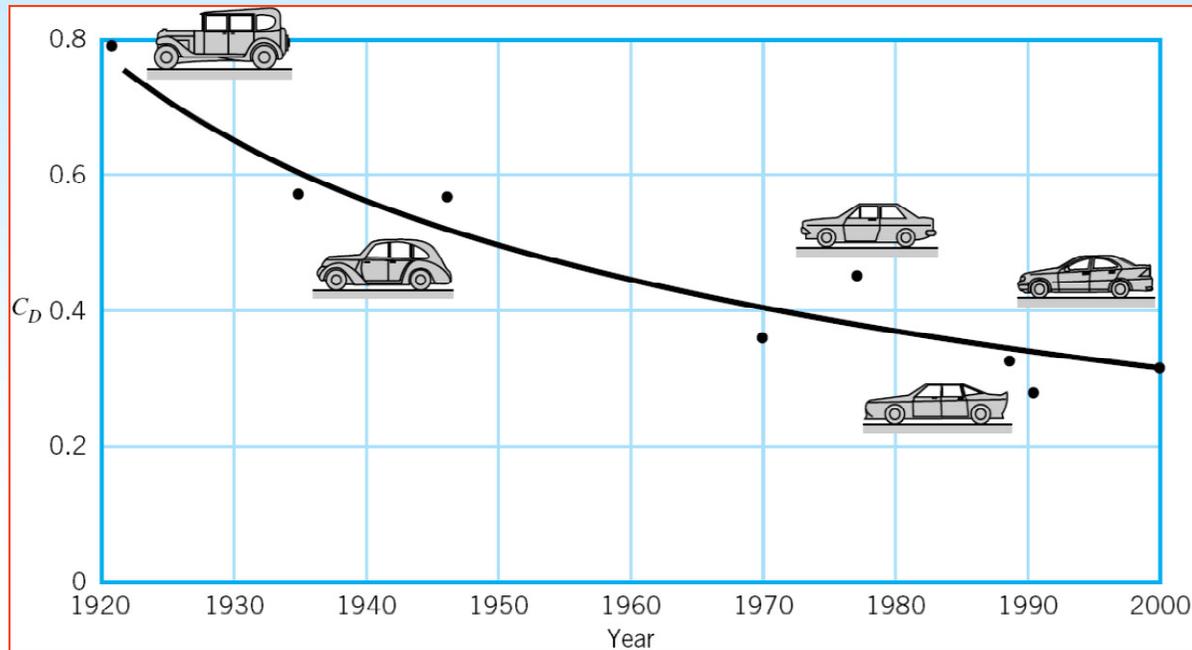
Una palla da golf ha  
 $U = 60 \text{ m/s}$  ,  $D = 42 \text{ mm}$

$$Re_D = 1.8 \times 10^5$$

La figura a destra mostra come l'introduzione di un risalto ad anello (nel rettangolo rosso) sulla sfera riduce l'estensione della scia.

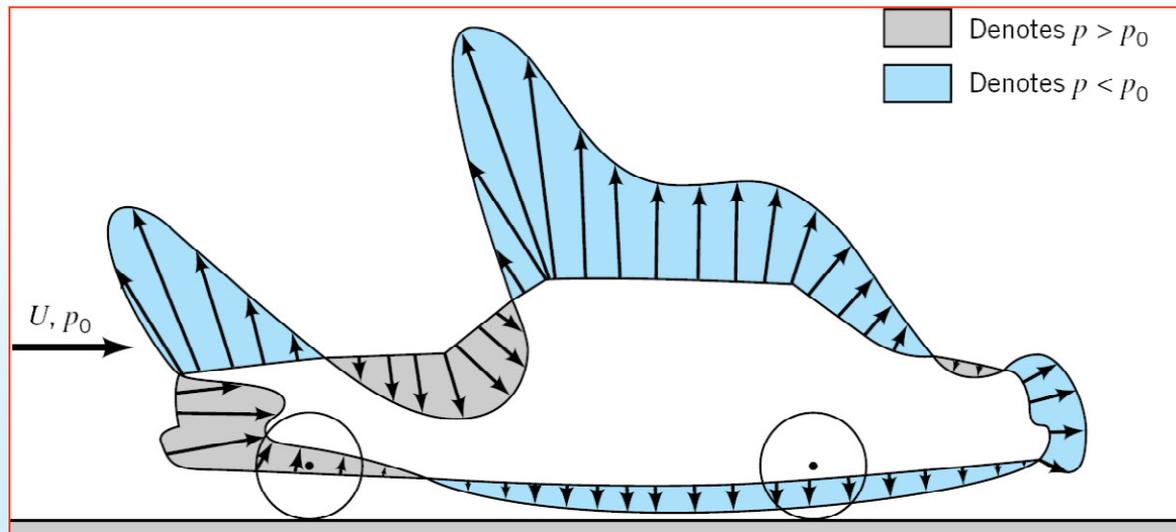


# LA RESISTENZA DI FORMA (5)



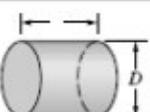
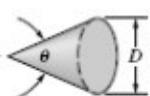
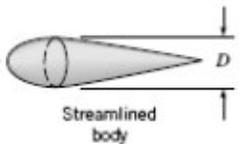
Valori di  $C_D$  per gli autoveicoli negli anni.

In mancanza di dati, l'area frontale si può calcolare come  $A = 0.8 bh$ .



Andamento della pressione locale su un autoveicolo

# LA RESISTENZA DI FORMA (6)

Shape	Reference area $A$	Drag coefficient $C_D$	Reynolds number $Re = \rho U D / \mu$										
 Solid hemisphere	$A = \frac{\pi}{4} D^2$	$\rightarrow$ 1.17 $\leftarrow$ 0.42	$Re > 10^4$										
 Hollow hemisphere	$A = \frac{\pi}{4} D^2$	$\rightarrow$ 1.42 $\leftarrow$ 0.38	$Re > 10^4$										
 Thin disk	$A = \frac{\pi}{4} D^2$	1.1	$Re > 10^3$										
 Circular rod parallel to flow	$A = \frac{\pi}{4} D^2$	<table border="1"><thead><tr><th>ID</th><th><math>C_D</math></th></tr></thead><tbody><tr><td>0.5</td><td>1.1</td></tr><tr><td>1.0</td><td>0.93</td></tr><tr><td>2.0</td><td>0.83</td></tr><tr><td>4.0</td><td>0.85</td></tr></tbody></table>	ID	$C_D$	0.5	1.1	1.0	0.93	2.0	0.83	4.0	0.85	$Re > 10^5$
ID	$C_D$												
0.5	1.1												
1.0	0.93												
2.0	0.83												
4.0	0.85												
 Cone	$A = \frac{\pi}{4} D^2$	<table border="1"><thead><tr><th><math>\theta</math>, degrees</th><th><math>C_D</math></th></tr></thead><tbody><tr><td>10</td><td>0.30</td></tr><tr><td>30</td><td>0.55</td></tr><tr><td>60</td><td>0.80</td></tr><tr><td>90</td><td>1.15</td></tr></tbody></table>	$\theta$ , degrees	$C_D$	10	0.30	30	0.55	60	0.80	90	1.15	$Re > 10^4$
$\theta$ , degrees	$C_D$												
10	0.30												
30	0.55												
60	0.80												
90	1.15												
 Cube	$A = D^2$	1.05	$Re > 10^4$										
 Cube	$A = D^2$	0.80	$Re > 10^4$										
 Streamlined body	$A = \frac{\pi}{4} D^2$	0.04	$Re > 10^5$										

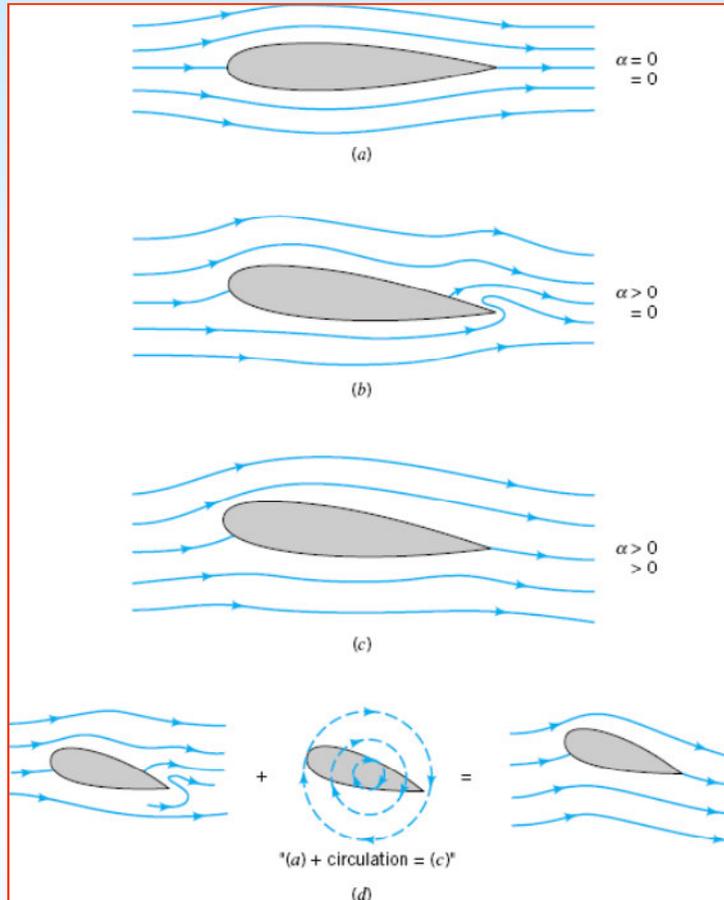
Shape	Reference area	Drag coefficient $C_D$												
 Parachute	Frontal area $A = \frac{\pi}{4} D^2$	1.4												
 Porous parabolic dish	Frontal area $A = \frac{\pi}{4} D^2$	<table border="1"><thead><tr><th>Porosity</th><th>0</th><th>0.2</th><th>0.5</th></tr></thead><tbody><tr><td><math>\rightarrow</math></td><td>1.42</td><td>1.20</td><td>0.82</td></tr><tr><td><math>\leftarrow</math></td><td>0.95</td><td>0.90</td><td>0.80</td></tr></tbody></table> Porosity = open area/total area	Porosity	0	0.2	0.5	$\rightarrow$	1.42	1.20	0.82	$\leftarrow$	0.95	0.90	0.80
Porosity	0	0.2	0.5											
$\rightarrow$	1.42	1.20	0.82											
$\leftarrow$	0.95	0.90	0.80											
 Average person	Standing Sitting Crouching	$C_D A = 9 \text{ ft}^2$ $C_D A = 6 \text{ ft}^2$ $C_D A = 2.5 \text{ ft}^2$												
 Fluttering flag	$A = D \cdot l$	<table border="1"><thead><tr><th>l/D</th><th><math>C_D</math></th></tr></thead><tbody><tr><td>1</td><td>0.07</td></tr><tr><td>2</td><td>0.12</td></tr><tr><td>3</td><td>0.15</td></tr></tbody></table>	l/D	$C_D$	1	0.07	2	0.12	3	0.15				
l/D	$C_D$													
1	0.07													
2	0.12													
3	0.15													
 Empire State Building	Frontal area	1.4												
 Six-car passenger train	Frontal area	1.8												
 Bikes	Upright commuter Racing Drafting Streamlined	$A = 5.5 \text{ ft}^2$ $A = 3.9 \text{ ft}^2$ $A = 3.9 \text{ ft}^2$ $A = 5.0 \text{ ft}^2$												
 Tractor-trailer trucks	Standard With fairing With fairing and gap seal	Frontal area Frontal area Frontal area												
 Tree	Frontal area	0.43 0.26 0.20 <small><math>U = 10 \text{ m/s}</math> <math>U = 20 \text{ m/s}</math> <math>U = 30 \text{ m/s}</math></small>												
 Dolphin	Wetted area	0.0096 at $Re = 6 \times 10^4$ (flat plate has $C_{Df} = 0.0091$ )												
 Large birds	Frontal area	0.40												

Valori di  $C_D$  per corpi tozzi sono generalmente intorno ad 1.

Questo vuol dire che la pressione è dell'ordine di grandezza della pressione dinamica

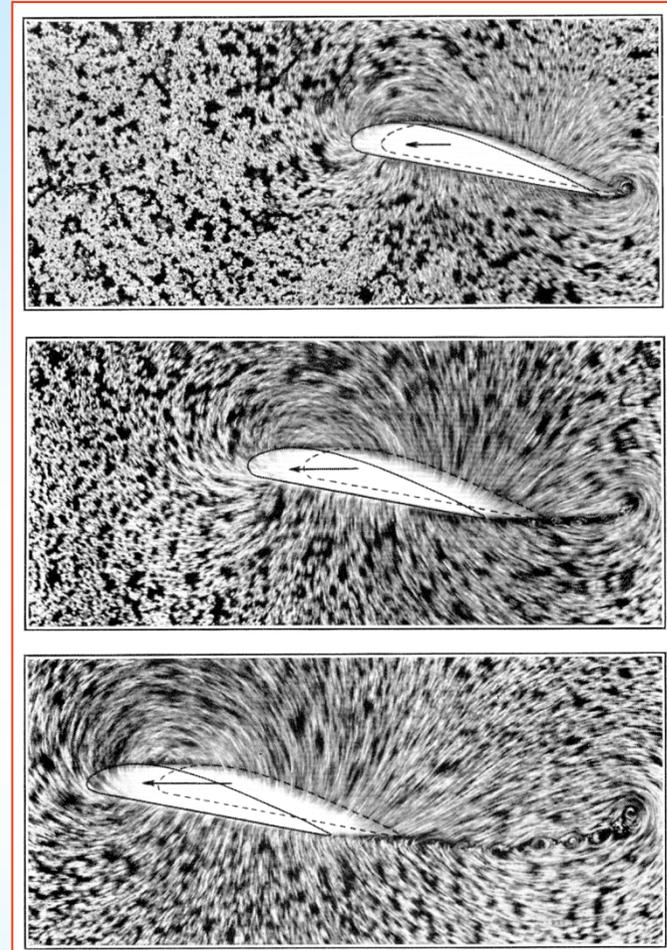
$$p \sim \frac{1}{2} \rho U^2$$

# PORTANZA (1)



Il dominio è *doppiamente connesso*, quindi esistono infinite soluzioni per il moto potenziale, associate a diversi valori di  $\Gamma$ .

**Ipotesi di Kutta:** il punto di ristagno posteriore deve coincidere con l'estremità del profilo.



## Teorema di Kutta-Jukowski

$$\frac{F_L}{b} = \rho U \Gamma$$

## PORTANZA (3): Esempio

Stimare la superficie alare di un Boeing 747

$$U = 570 \text{ mph} = 900 \text{ km/h}$$

$$P = 800000 \text{ lb} = 378 \text{ t}$$

$$\rho = 0.4135 \text{ kg/m}^3 \text{ a } 10000 \text{ m}$$

$$C_L \approx 1$$

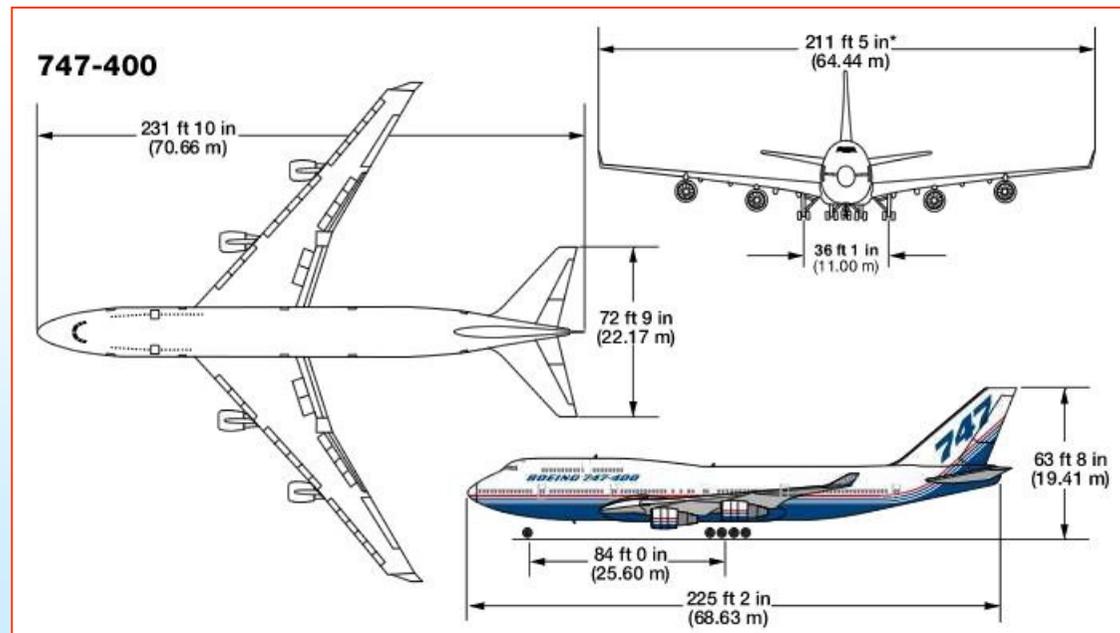
$$P = F_L = \frac{1}{2} \rho U^2 C_L A_{//}$$

$$\rightarrow A_{//} = \frac{P}{\frac{1}{2} \rho U^2 C_L} = 295 \text{ m}^2$$

Se si suppone  $L = 5 \text{ m}$ , si ha  
 $b = 60 \text{ m}$

La pressione media sull'ala  
vale

$$p = P/A = 13 \text{ kPa} \text{ (0.13 bar)}$$



## PORTANZA (2)

La forza portante o di *lift* si esprime come

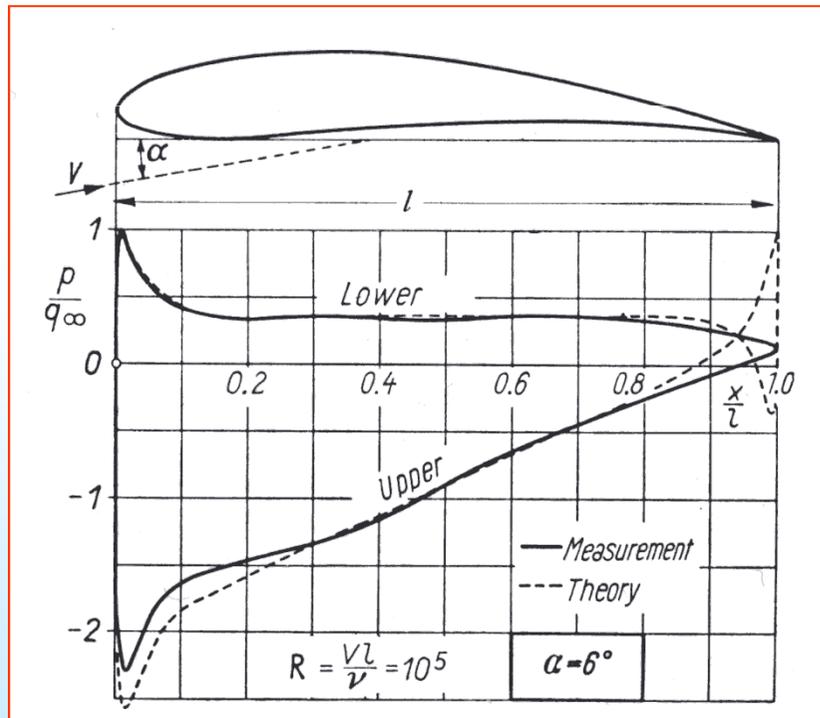
$$F_L = \frac{1}{2} \rho U^2 C_L A_{//}$$

$A_{//} = b L$  planform area

Per i profili alari  $C_L$  è dell'ordine di 1

La portanza diminuisce (con  $\rho$ ) all'aumentare della quota e della temperatura, e cresce con  $U^2$

$$\frac{p}{q_\infty} = \frac{p}{\frac{1}{2} \rho U^2}$$

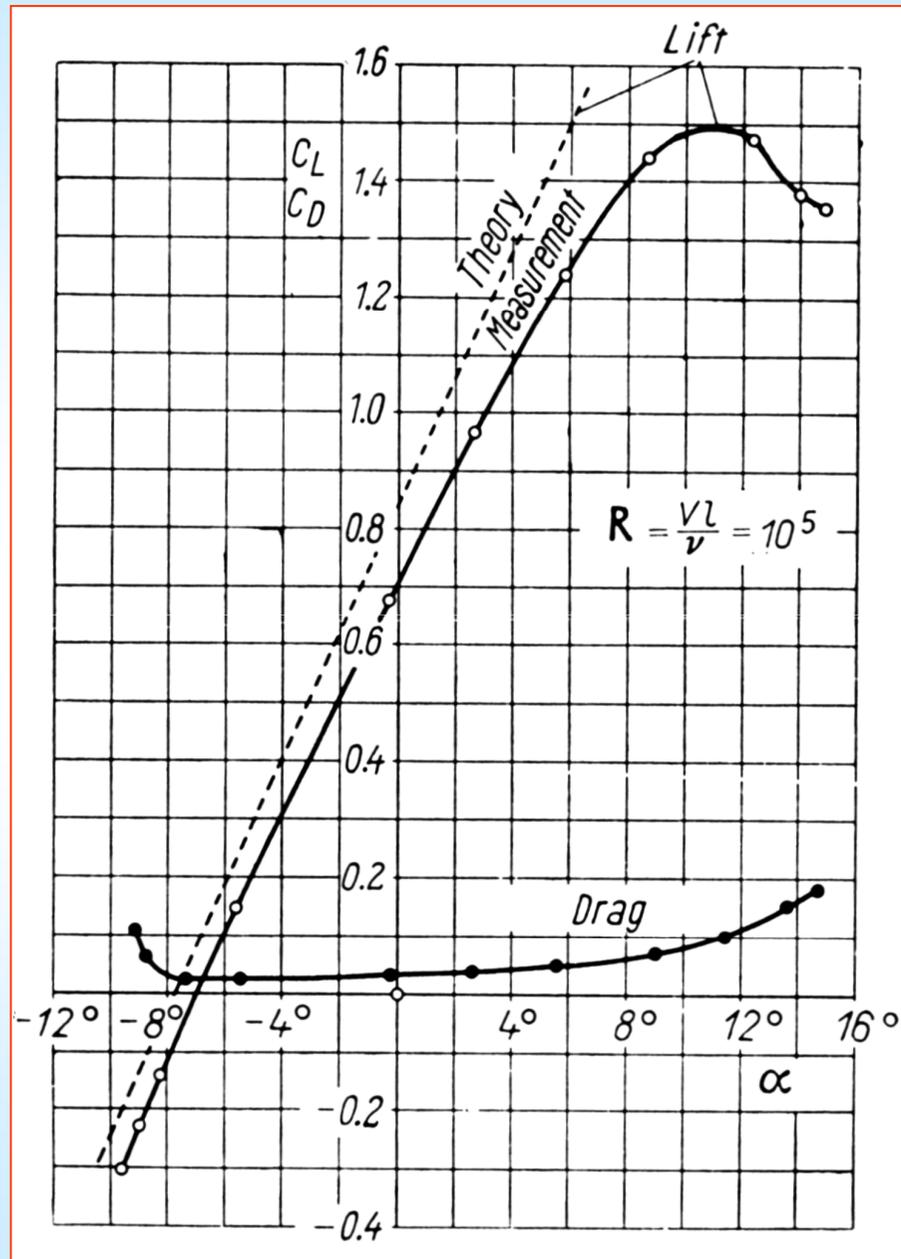


Valori locali della pressione sul profilo alare

L'area tra le linee rappresenta la forza portante per unità di larghezza.

Essa è dovuta soprattutto alla depressione sulla faccia superiore dell'ala.

## PORTANZA (4)

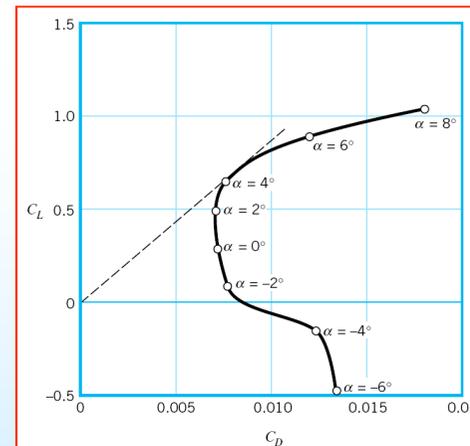


La portanza varia con l'incidenza.

Ad incidenze troppo elevate si ha lo *stallo* (massimo della curva)

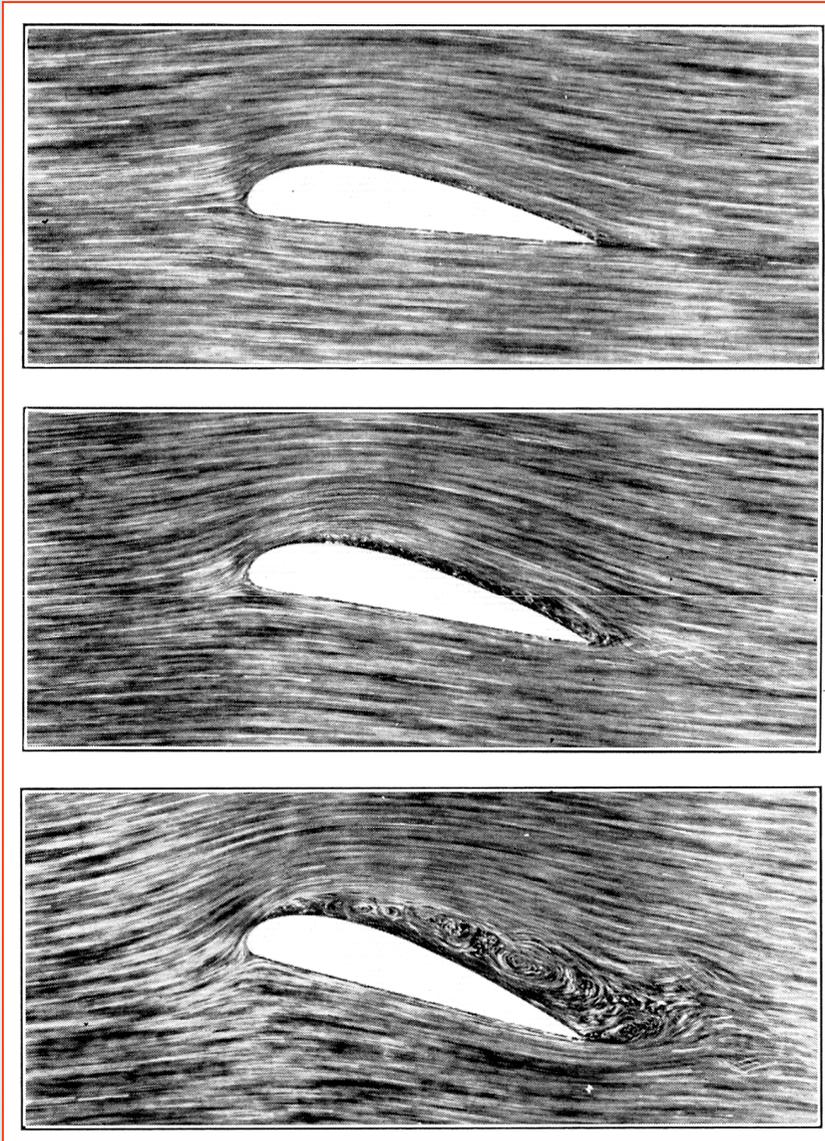
Ad incidenze negative si può avere *zero lift* e *deportanza*.

Variando la incidenza si mette l'aereo in posizione stabile ad una certa quota e velocità.



La condizione ottimale si ha quando il rapporto portanza/resistenza è massimo.

## PORTANZA (5)



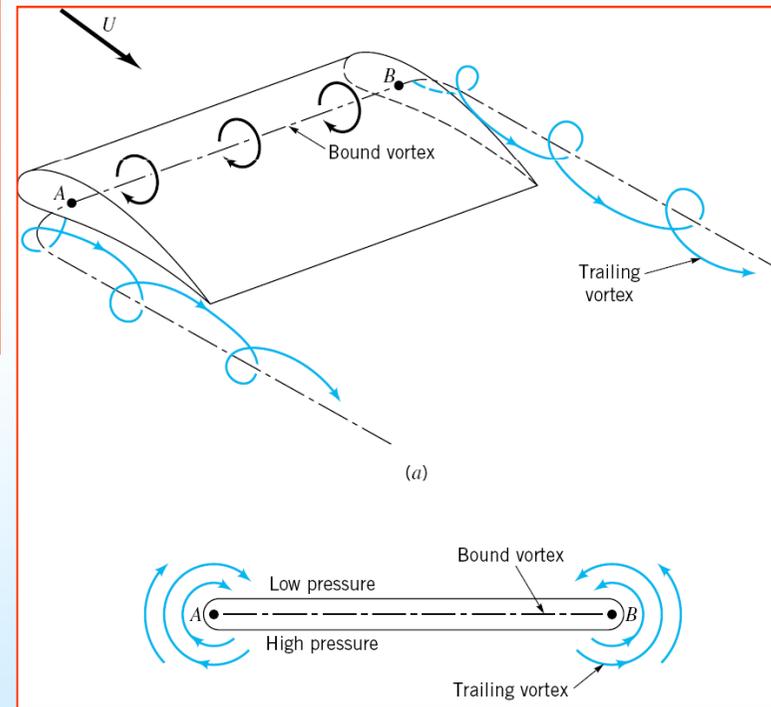
Sviluppo dello stallo (con distacco dello strato limite su un profilo alare, all'aumentare dell'incidenza).

# IL VORTICE D'ALA



Vortici d'ala in uno stormo di Mig-25.

Si sviluppa al bordo delle ali per effetto della differenza di pressione tra faccia superiore ed inferiore.



# DRAG IN CONDIZIONI TRANSITORIE

## Massa aggiunta

Quando un corpo inizia a muoversi da fermo, bisogna anche considerare l'energia necessaria per mettere in movimento il fluido circostante.

Questo crea una forza resistente aggiuntiva .

Il fenomeno è particolarmente importante nei fluidi densi.

Per la stessa ragione, la massa aggiunta deve essere considerata quando un corpo immerso in un fluido oscilla. Trascurarlo può portare ad una notevole sovrastima delle frequenze proprie.

Per una particella sferica, moto potenziale, la forza aggiuntiva è data da

$$\underline{F}_{add} = \frac{\rho_f V_p}{2} \left( \frac{D\underline{u}}{Dt} - \frac{D\underline{v}_p}{Dt} \right)$$

Dove  $\underline{u}$  è la velocità del fluido e  $\underline{v}_p$  quella della particella (dimostraz. omessa)

# DRAG IN CONDIZIONI TRANSITORIE

## Massa aggiunta

L'equazione del moto della particella allora diviene

$$m_p \frac{D \underline{v}_p}{Dt} = \sum \underline{F} + \frac{\rho_f V_p}{2} \left( \frac{D \underline{u}}{Dt} - \frac{D \underline{v}_p}{Dt} \right)$$

E raccogliendo  $v_p$

$$\left( m_p + \frac{\rho_f V_p}{2} \right) \frac{D \underline{v}_p}{Dt} = \sum \underline{F} + \frac{\rho_f V_p}{2} \frac{D \underline{u}}{Dt}$$

Quindi è come se la particella muovesse anche una *massa aggiunta* di fluido pari a quella contenuta nella metà del suo volume

$$\left( m_p + m_{add} \right) \frac{D \underline{v}_p}{Dt} = \sum \underline{F} + \frac{\rho_f V_p}{2} \frac{D \underline{u}}{Dt} \quad m_{add} = C \frac{\rho_f}{\rho_p} m_p, \quad C = 0.5$$

Il valore del *coefficiente di massa aggiunta*  $C$  dipende dalla forma del corpo e dalle condizioni al contorno

# DRAG IN CONDIZIONI TRANSITORIE

## Massa aggiunta - esempio

Calcolare l'accelerazione di una bolla sferica di volume  $V_b$  che inizia a muoversi in un fluido stagnante.

$$(\rho_g V_b + 0.5 \rho_f V_b) a = (\rho_f - \rho_g) V_b g + \frac{\rho_f V_p}{2} \frac{D\underline{u}}{Dt} + C_D A_b \frac{\rho_f v_b^2}{2}$$

essendo  $\rho_f \gg \rho_g$ ,  $u = v_b = 0$ .

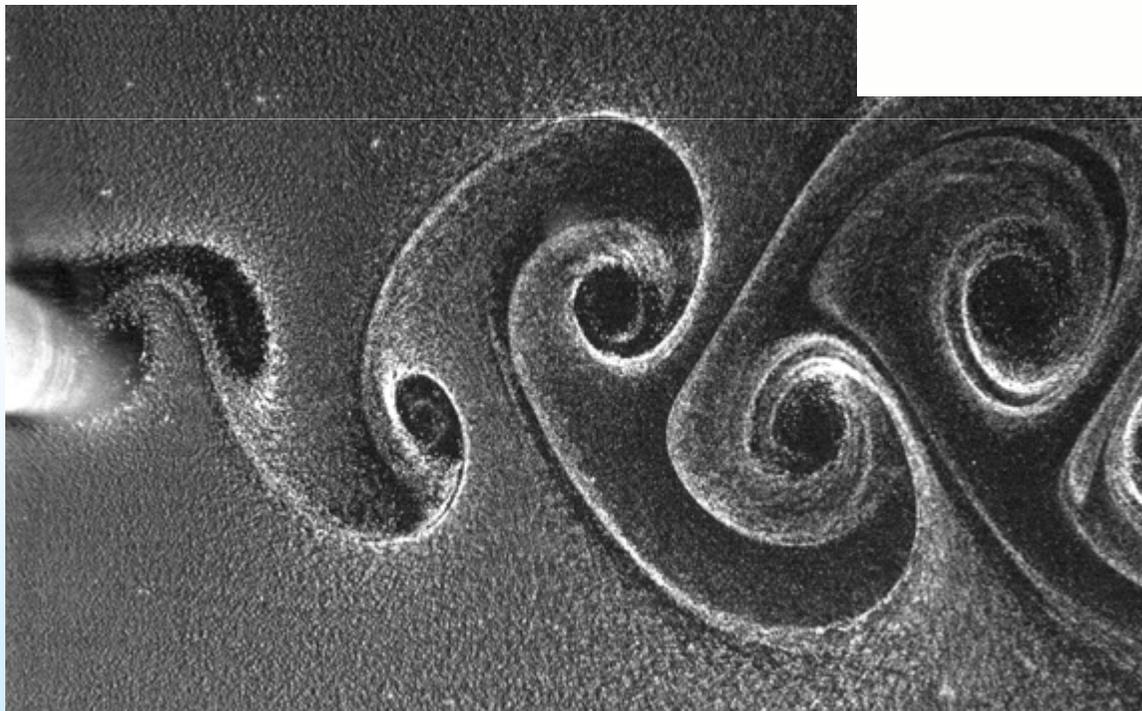
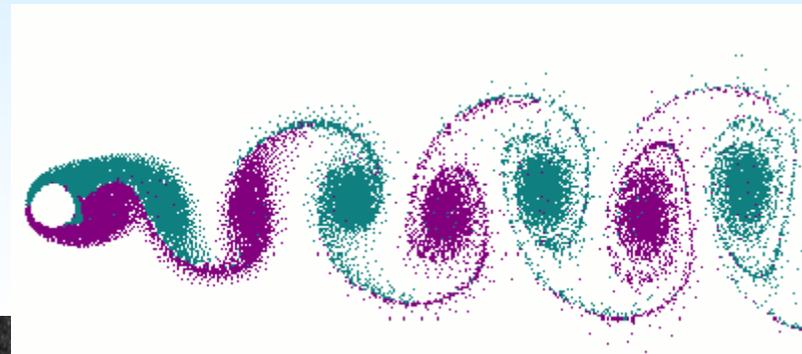
$$\left( \cancel{\rho_g V_b} + 0.5 \rho_f V_b \right) a = \left( \rho_f - \cancel{\rho_g} \right) V_b g + \cancel{\frac{\rho_f V_p}{2} \frac{D\underline{u}}{Dt}} + \cancel{C_D A_b \frac{\rho_f v_b^2}{2}}$$

$$0.5 \rho_f V_b a = \rho_f V_b g \rightarrow a = 2g$$

Per una bolla al distacco (sfera in prossimità di una superficie)  $C = 11/16$ .

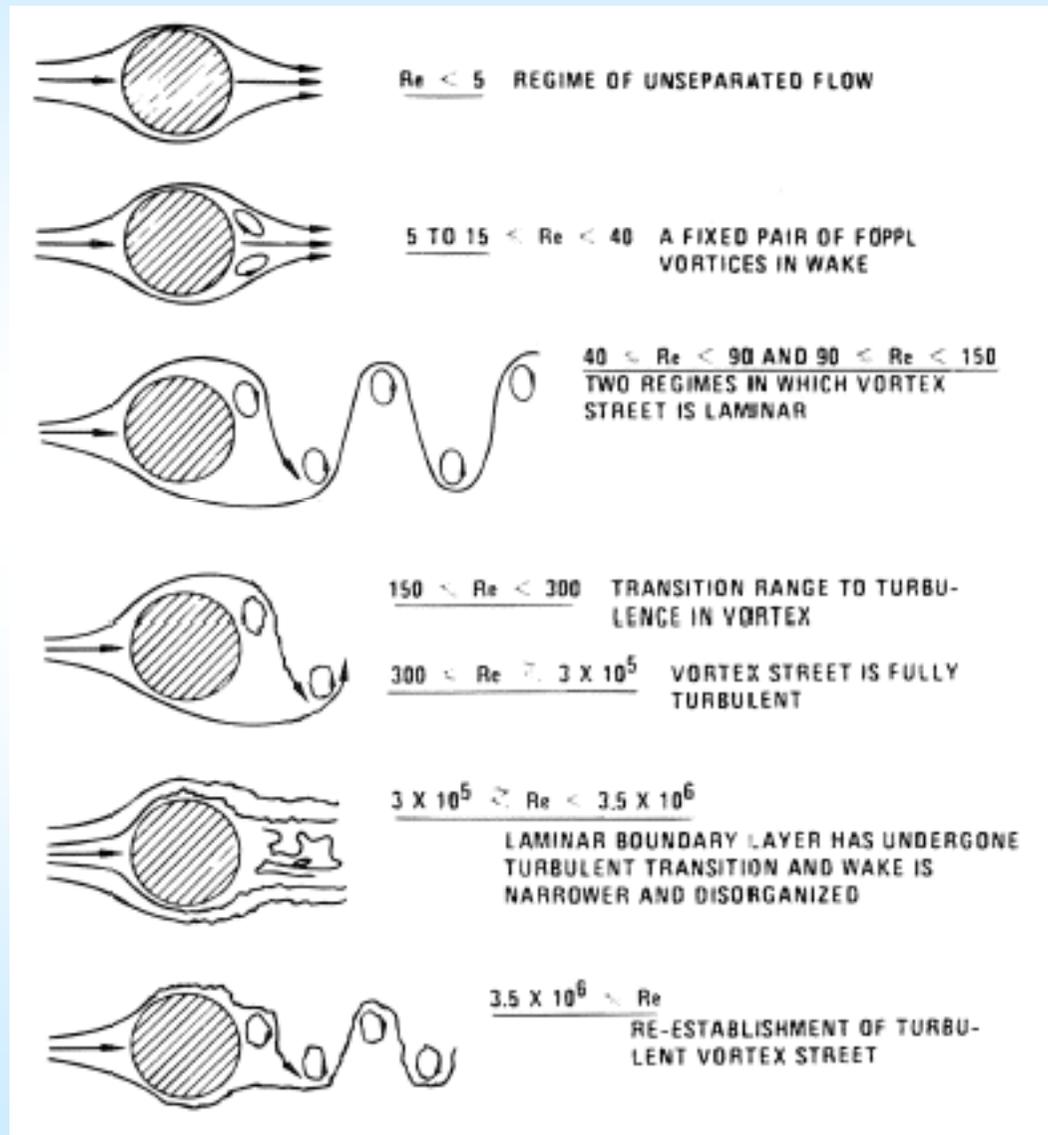
# VORTEX SHEDDING

Nella scia di un corpo tozzo possono crearsi vortici che si distaccano alternativamente dai due lati.



# VORTEX SHEDDING

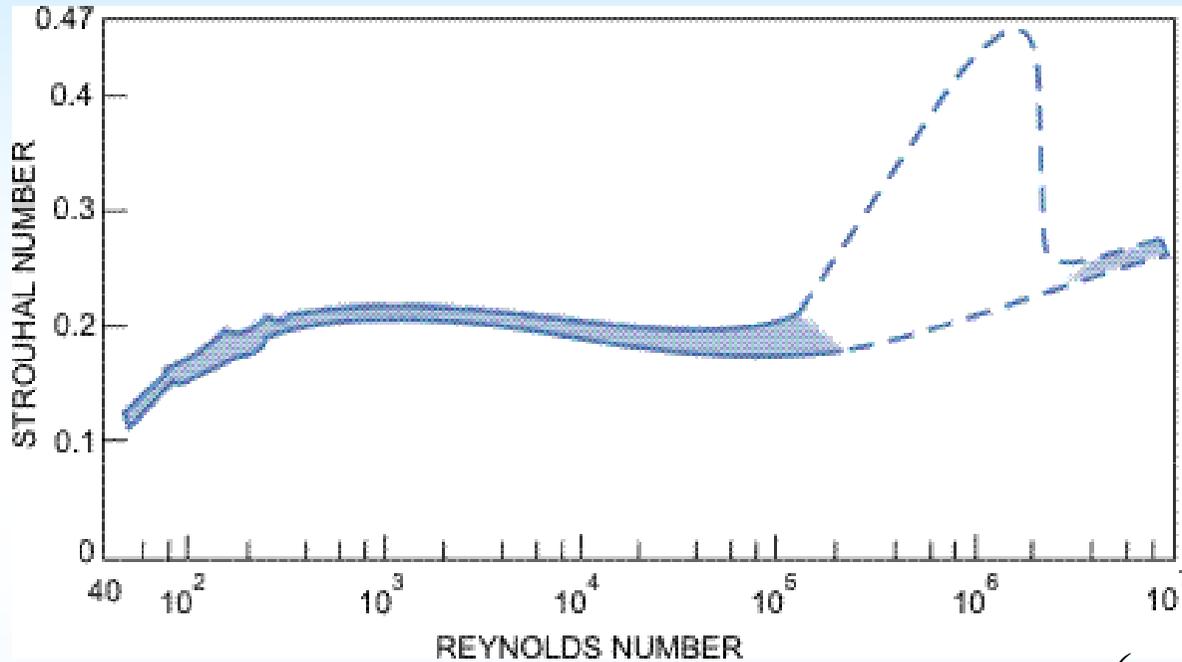
L'entità del fenomeno dipende dal numero di Reynolds.



# VORTEX SHEDDING

La frequenza di distacco dei vortici dipende dal numero di Strouhal

$$Sr = \frac{f D}{V}$$



Per cilindri,  $250 < Re_D < 2 \times 10^5$  si può usare  $Sr = 0.198 \left( 1 - \frac{19.7}{Re_D} \right)$

Anche per cilindri non circolari si può usare la stessa formula, con  $D$  spessore della scia.

Ad alto  $Re$  non si ha una singola frequenza ma una *banda*

## VORTEX SHEDDING - esempio

Un palo circolare di diametro  $D = 20$  cm è investito dal vento alla velocità  $U = 10$  m/s. Calcolare la frequenza di distacco dei vortici

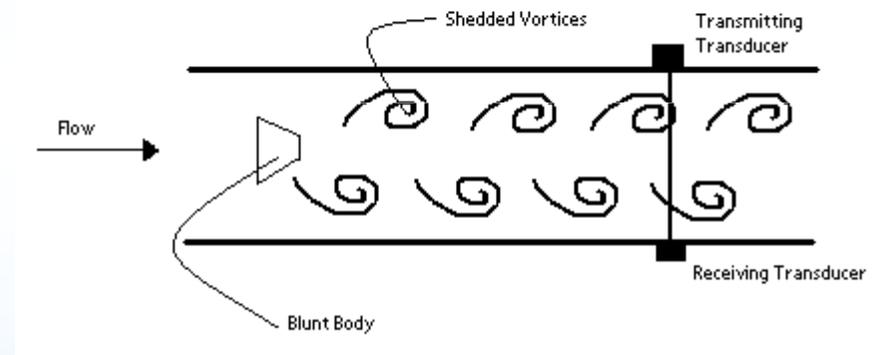
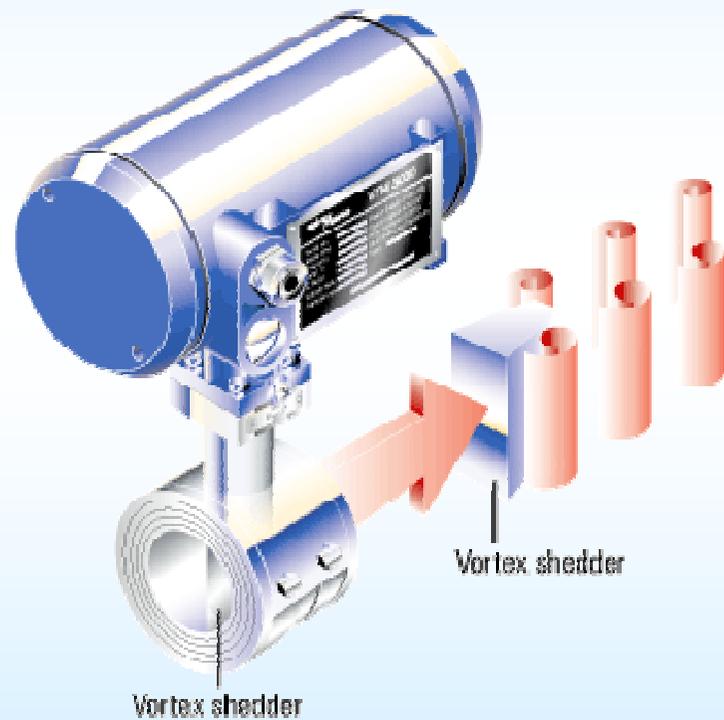
$$Re_D = \frac{U D}{\nu} = \frac{10 \cdot 0.2}{1.5 \times 10^{-5}} = 1.33 \times 10^5$$

$$Sr = 0.198 \left( 1 - \frac{19.7}{Re_D} \right) = 0.198$$

$$Sr = \frac{f D}{U} \rightarrow f = \frac{Sr U}{D} = 10 \text{ Hz}$$

# VORTEX SHEDDING

Il fenomeno è sfruttato per la misura di portata nei *misuratori vortex*



# VORTEX SHEDDING

Per evitare fenomeni di risonanza si inseriscono *vortex breakers*

